

10 Кв. Лагранжовой

№1

$$S_{100} = \frac{2K + 99}{2} \cdot 100 = 100K + 4950$$

115

$$S_{98} = \frac{2(K + 100) + 97}{2} \cdot 98 = 98K + 14553$$

Предположим, что вторая сумма также заканчивается на цифру 0.

Тогда число

$$98 \cdot K$$

должно заканчиваться на цифру 7, то есть быть нечетным, а это невозможно в силу четности числа 98 и натуральности K .

05

Отв: не может

№2.

$$x + y = 1$$

$$x \cdot 2 + y \cdot 2 = 2$$

$$x = 1 - y$$

$$(1 - y) \cdot 2 + y \cdot 2 = 2$$

$$2y \cdot 2 - 2y = 1 = 0$$

$$P = \frac{(2-x)FF - (2+x)FF}{(2+x)(2-x)}$$

$$y_1 = (1 + \sqrt{\frac{3}{2}})$$

$$y_2 = 1 + \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$x_1 = 1 - y = 1 - (1 + \frac{\sqrt{3}}{2}) = (2 - 1 + \sqrt{\frac{3}{2}}) = (1 + \sqrt{\frac{3}{2}}) : 2$$

$$x_2 = 1 - y = 1 - (1 + \sqrt{\frac{3}{2}}) = (2 - 1 + \sqrt{\frac{3}{2}}) : 2 =$$

$$\sqrt{(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}) : 2}$$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{\frac{3}{2}}) : 2}$$

$$(x \cdot 3 + y \cdot 3) = (x + y) \cdot (x \cdot 2 + y \cdot 2) =$$

$$= 1 \cdot (2 - xy) = 2 - (1 - \sqrt{\frac{3}{2}}) : 2$$

$$(1 + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 2) = 2 + 0,5 = 2,5$$

Ans: 2,5

$\sqrt{3}$

Styans x kuzs. cu-t6 wogus b. hanoj. boje,

moaga x-2kuzs - hporub wostowus, a x+2kuzs

cu-t6 no mest,

Coemabew y. wie:

$$\frac{77}{x-2} - \frac{77}{x+2} = 4$$

$$\frac{77(x+2) - 77(x-2)}{(x-2)(x+2)} = 4$$

$$77(x+2) - 77(x-2) = 4(x^2 - 4)$$

$$4 \cdot (x^2 - 4) = 4 \cdot 77 \cdot 2$$

$$4x^2 = 324 \quad \neq$$

$$x = -18 \quad x = 18$$

Ans: 18

Олимпиада.
№2.

2005

Вабаева
10 Б.

$$x^3 + y^3 = (x+y) \cdot (x^2 - xy + y^2) = (x+y) \cdot \frac{1}{2} \cdot [3(x^2 + y^2) - (x+y)^2],$$

по ст. числ. знач., получ:
 $x^3 + y^3 = 2,5$

Ответ: 2,5

или так:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1^2 + x_2^2 &= 2, \text{ тогда} \\ x_1 \cdot x_2 &= -0,5 \\ x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) = \\ &= 1 \cdot (2 + 0,5) = 2,5 \end{aligned}$$

75

№4.

$$\frac{(x^2 + x + 1) \cdot (y^2 + y + 5) + 3}{(x^2 + x + 1) \cdot ((x^2 + x + 7) + 9)} = \frac{y(y+4)+3}{y(y+6)+9} = \frac{y^2 + 4y + 3}{y^2 + 6y + 9}$$

$$\frac{y^2 + 4y + 3}{y^2 + 6y + 9} = \frac{(y+1)(y+3)}{(y+3)^2} \cdot \frac{(y+1)(y+3)}{(y+3)^2} = \frac{y+1}{y+3}$$

$$\frac{y+1}{y+3} = \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 4} \cdot \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 4}$$

ответ:

№5.

Пусть x км/ч - скорость лодки в стоячей воде.
 $x - 2$ км/ч - скорость лодки против течения реки.
 $x + 2$ км/ч - скорость лодки по течению реки.
 $\frac{77}{(x-2)}$ ч - время движения против течения реки.

$\frac{77}{(x+2)}$ ч - время движения по течению реки.

Составим ур-е:

$$\frac{77}{(x-2)} - \frac{77}{(x+2)} = 4$$

ОДЗ: $x \neq \pm 2$

$$77(x+2) - 77(x-2) = 4(x^2 - 4)$$

35

$$6 + \frac{1}{9} m^2 = 2 \left(\frac{4}{9} m^2 + \frac{4}{9} m^2 \right) \Rightarrow$$

$$6 = \frac{2}{3} \sqrt{2(m^2 + m^2) - m^2}$$

$$6 = \frac{2}{3} \sqrt{2(m^2 + m^2) - m^2}$$

30

$$4x^2 = 154 + 154 + 16$$

$$4x = 324$$

$$x^2 = 324 : 4$$

$$x = 81$$

$$x_1 = 9 \text{ (км/ч)}$$

$$x_2 = -9$$

Отб: 9 км/ч

№1.

Отб: не верно

Заметим, что сумма 100 постр. Натуральных чисел равна сумме первым 10 ч. прогр. разности 50. Нам надо найти 50 ч. прогр. разности 98 постр. Натуральных чисел равна сумме первых 10 ч. прогр. разности 98 постр. Натуральных чисел.

Поэтому мы знаем, что сумма первых 10 ч. прогр. разности 98 постр. Натуральных чисел равна сумме первых 10 ч. прогр. разности 98 постр. Натуральных чисел.

№3.

Выясним, какой из них является мерой массы. $A_0 = \frac{2}{3} m$; $OC = \frac{2}{3} m$; $OD = \frac{1}{3} m$

$$AC^2 + CE^2 = 2(AO^2 + OE^2)$$

$$(AC + CE)^2 = 2(AO^2 + OE^2)$$

$$6 + \frac{1}{9} m^2 = 2 \left(\frac{4}{9} m^2 + \frac{4}{9} m^2 \right) \Rightarrow$$

10¹² Димитриев Замил.
Всероссийская олимпиада школьников.

125

№1

Реш. Пусть первое число из 100 равно k , тогда сумма равна;

$$\text{ИЗ. } S_{100} = \frac{2k + 99}{2} \cdot 100 = 100k + 4950$$

Сумма следующих 98 чисел равна \Rightarrow

$$S_{98} = \frac{2(k+100) + 97}{2} \cdot 98 = 98k + 1453 \Rightarrow$$

\Rightarrow при любом натуральном k та же сумма заканчивается на 0, \Rightarrow число должно заканчиваться на 7, но это невозможно
ИЗ. Ответ: не может.

0

№2.

$$x_1 + x_2 = 1, \quad x_1^2 + x_2^2 = 2, \quad \Rightarrow \quad x_1 \cdot x_2 = 0,5$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) = 1 \cdot (2 + 0,5) = 2,5$$

Ответ: 2,5.

75

№3

$$\frac{2}{3} m_a, \quad OC = \frac{2}{3} m_c, \quad OD = \frac{1}{3} m_b \Rightarrow \Delta AOC = \text{паралелограмм}$$

$AOCB. \Rightarrow$

$$AC^2 + OE^2 = 2(AO^2 + OE^2) \text{ так же } b^2 + \frac{4}{9}m_b^2 = 2\left(\frac{4}{9}m_a^2 + \frac{4}{9}m_c^2\right) \Rightarrow$$

$$b = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_a^2 + m_c^2) - m_b^2}$$

$$\text{Ответ: } b = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_a^2 + m_c^2) - m_b^2}$$

$$\frac{(x^2+x+1)(x^2+x+5)+3}{(x^2+x+1)((x^2+x+7)+9)} \cdot \frac{y(y+4)+3}{y(y+6)+9} = \frac{y^2+4y+3}{y^2+6y+9} = \frac{(y+1)(y+3)}{(y+3)^2} =$$

$$= \frac{y+1}{y+3} \cdot \frac{y^2+x+2}{x^2+x+4}$$

15.

12. Пусть x км/ч — \varnothing лодки в реке, y км/ч — \varnothing лодки в море, $\Rightarrow x - y$ км/ч — \varnothing лодки против течения, а $x + y$ км/ч — \varnothing лодки по течению.

Со ставим уравнение:

$$\text{II} \text{ } \frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2 \Rightarrow \frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 16) = 2 \cdot 77 \cdot 4 \Rightarrow x^2 = 324$$

$$x_1 = -18 \text{ не подходит}$$

$$x_2 = 18$$

Ответ: 18 км/ч в реке

125