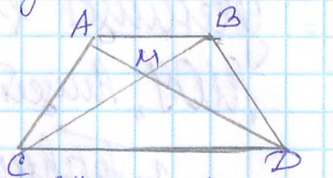
27 б

Олимпиадная работа
по математике
ученицы 11 (2) класса
МОУ „Лицей №1" им. К.С. Атарова
г. Туркменбаши
Мокыяевой Зульфии.
11(2)

$5+5^2+5^3+\dots 5^{2010}=5(1+5)+5^3(1+5)+\dots 5^{2009}\cdot$
$(1+5)=6\cdot(5+5^3+\dots 5^{2009})$ т.к. первый множитель
$\vdots\, 6$, то и всё произведение $\vdots\, 6$

Задание 3.

В четырёхугольнике ABCD диагонали пересекаются в точке M. Известно, что $AM=1$, $BM=2$, $CM=4$. При каких значениях DM четырёхугольник ABCD является трапецией?



Основания AB и CD

$\triangle AMB \sim \triangle CDM$, откуда $\frac{AM}{MC}=\frac{BM}{DM}$ и $\frac{AM}{MC}=\frac{DM}{BM}$ и

$DM=\frac{AM\cdot BM}{MC}$

при $DM=8$ или $DM=0{,}5$

$\frac{AM}{MC}=\frac{BM}{DM}$ и $DM=\frac{MC\cdot BM}{AM}$, $DM=\frac{4\cdot 2}{1}=8$

Задание 5.

Пусть (x) число десятиклассников, ~~тогда $x+y=30$~~ ~~число одиннадцатик~~ тогда (y) число одиннадцатиклассников, $x+y=30$.

Число рукопожатий $8x$, т.к. каждого десятиклассника „исходят" 8 рукопожатий. У одиннадцатиклассника „исходят" 7 рукопожатий, значит $7y$.

Следовательно, $8x=7y$.

$8x=7y$, значит $8\cdot 2=16$ и $7\cdot 2=14$, получается $x=14$, а $y=16$.

Ответ: 14 десятиклассников, 16 одиннадцатиклассни

Задание 4.

а) $\cos 2x-\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+1=0$

по формулам приведения
$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$

по формуле двойного угла
$\cos 2x=2\cos^2 x-1$

уравнение принимает вид:
$2\cos^2 x-\sqrt{2}\cos x=0$

$\cos x\cdot(2\cos x-\sqrt{2})=0$

$\cos x=0$ или $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$
$x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$ | $x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $\left[-4\pi,\ -\frac{5\pi}{2}\right]$

$-4\pi\le\frac{\pi}{2}+\pi k\le-\frac{5\pi}{2}\quad |:\pi$

$-4\le\frac{1}{2}+k\le-\frac{5}{2}\quad |+\left(-\frac{1}{2}\right)$

$-4,5 \le k \le -3$

$x = \frac{\pi}{2} - 4\pi = -\frac{7\pi}{2} \in [-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$

$x = \frac{\pi}{2} - 3\pi = -\frac{5\pi}{2} \in [-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$

$-4\pi \le \frac{\pi}{4} + 2\pi n \le -\frac{5\pi}{2} \quad | : \pi$

$-4 \le \frac{1}{4} + 2n \le -\frac{5}{2} \quad | + (-\frac{1}{4})$

$-4\frac{1}{4} \le 2n \le -\frac{5}{2} - \frac{1}{4}$

$-\frac{17}{4} \le 2n \le -\frac{11}{4}$

$-17 \le 8n \le -11;$

$n = -2$

$x = \frac{\pi}{4} - 4\pi = -\frac{15\pi}{4} \in [-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$

$-4\pi \le (-\frac{\pi}{4}) + 2\pi n \le -\frac{5\pi}{2} \quad | : \pi$

$-4 \le (-\frac{1}{4}) + 2n \le -\frac{5}{2}$

$-4 + \frac{1}{4} \le 2n \le -\frac{5}{2} + \frac{1}{4}$

$-\frac{15}{4} \le 2n \le -\frac{9}{4}$

6 б $-15 \le 8n \le -9$, нет таких целых n

Ответ: б) $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{15\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2} \in [-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ +

а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$; $\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

27 б

28б

Олимпиада

по математике

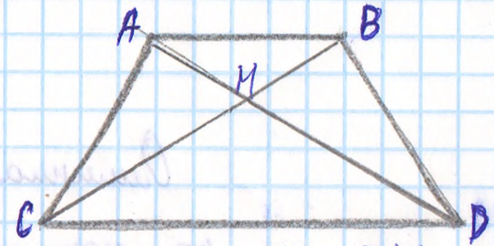
ученика 11(2) класса

МОУ „Лицей №1" им. К. С Отарова

Петрова Никиты

Задание 3

В четырехугольнике ABCD диогонали пересекаются в точке M. Известно, что $AM=1$, $BM=2$, $CM=4$. При каких значениях DM четырехугольник ABCD является трапецией?



~~До~~ Основания AB и CD

$\triangle AMB \sim \triangle CDM$, откуда

$$\frac{AM}{MC}=\frac{BM}{DM} \quad и \quad \frac{AM}{MC}=\frac{DM}{BM} \quad и \quad DM=\frac{AM\cdot BM}{MC}$$

при $DM=8$ или $DM=0{,}5$

$$\frac{AM}{MC}=\frac{BM}{DM} \quad и \quad DM=\frac{MC\cdot BM}{AM}, \quad DM=\frac{4\cdot 2}{1}=8$$

Задание 4

а) $\cos 2x-\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+1=0$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ – ф. привидения

$\cos 2x=2\cos^2 x-1$ – ф. двойного угла

получается:

$2\cos 2x-\sqrt{2}\cos x=0$

$\cos x\cdot(2\cos x-\sqrt{2})=0$

$\cos x=0$ или $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$ $\qquad x=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi n,\ n\in Z$

б) $\left[-4\pi, -\frac{5\pi}{2}\right]$

$-4\pi\leq\frac{\pi}{2}+\pi k\leq-\frac{5\pi}{2}\ \Big|:\pi$

$-4\leq\frac{1}{2}+k\leq-\frac{5}{2}\ \Big|+\left(-\frac{1}{2}\right)$

$-4{,}5\leq k\leq-3$

$x=\frac{\pi}{2}-4\pi=-\frac{7\pi}{2}\in\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$

$x=\frac{\pi}{2}-3\pi=\frac{5\pi}{2}\in\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$

$-4\pi\leq\frac{\pi}{4}+2\pi n\leq-\frac{5\pi}{2}\ \Big|:\pi$

$-4\leq\frac{1}{4}+2n\leq-\frac{5}{2}\ \Big|+\left(-\frac{1}{4}\right)$

$-4\frac{1}{4}\leq 2n\leq-\frac{5}{2}-\frac{1}{4}$

$-\frac{17}{4}\leq 2n\leq-\frac{11}{4}$

$-17\leq 8n\leq 11$

$n=-2$

$x=\frac{\pi}{4}-4\pi=-\frac{15\pi}{4}\in\left[-4\pi;\frac{5\pi}{2}\right]$

$-4\pi\leq\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n\leq-\frac{5\pi}{2}\ \Big|:\pi$

$-4\leq\left(-\frac{1}{4}\right)+2n\leq-\frac{5}{2}$

$-4+\frac{1}{4}\leq 2n\leq-\frac{5}{2}+\frac{1}{4}$

$-\frac{15}{4}\leq 2n\leq-\frac{9}{4}$

$-15\leq 8n\leq 9$, нет таких целых n

Ответ: б) $-\frac{7\pi}{2};\ -\frac{15\pi}{4};\ -\frac{5\pi}{2}\in\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$ а) $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ $x=\pm\frac{\pi}{4}, \ldots$

Задание 2

$5+5^2+5^3+\dots 5^{2010}=5(1+5)+5^3(1+5)+\dots 5^{2009}$

$(1+5)=6(5+5^3+\dots 5^{2009})$ т. к. первый множитель делится на 6, то и всё произведение делится на 6

Задание 1

Ответ: 3р; 2р; 1р; 4р; 5р; 6р; 7р; 8р; 9р; 10р; 11р; 12р; 13р; 14р; 15р; 17р; 18р; 19р; 20р.

Вывод?

Задание 5

Пусть (x) число десятиклассников, тогда (y) число одиннадцатиклассников, $x+y=30$

Число рукопожатий $8x$, т.к. каждого десятиклассника „исходит" 8 рукопожатий. У одиннадцатиклассника „исходит" 7 рукопожатий, значит $7y$

Следовательно, $8x=7y$

$8x=7y$, значит $8\cdot 2=16$ и $~~7~~\cdot 2=14$, получается $x=14$, а $y=16$

Ответ: 14 десятиклассников, 16 одиннадцатиклассников.

1б 1б 7б

28б

№3 11 (2) кл 148 Чуксов

Дано

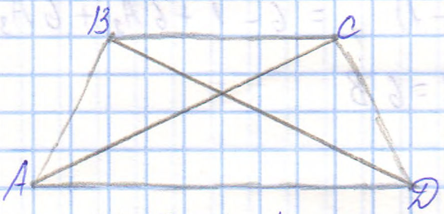
$AM = 1$

$BM = 2$

$CM = 4$

При каких DM четырёхугол. яв-ся трап.

Док-во



1) $\triangle AMD \sim \triangle BMC \Rightarrow \frac{BM}{MD} = \frac{BC}{MC} = \frac{BC}{AD}$

2) $\frac{1}{MD} = \frac{1}{4} \Rightarrow MD = 8$ 6б

Отв: $MD = 8$ или 0,5

№1

1, 2, 5, 10

X) 1; 3; 6; 7; 12; 15; 10; 8; 13; 17; 18 1б

Вывод?

№4

а) $\cos 2x - \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$

$2\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x + 1 = 0$

$\sqrt{2}\cos x\,(\sqrt{2} - \cos x - 1) = 0$ 0б

$\cos x = 0$ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;\ n \in Z$ $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k;\ k \in Z$

б)

№2

$(6-1)+(6-1)^2+\ldots+(6-1)^{2010} = 6-1+6A_2+6A_3-1\ldots+6A_{2010}$

6б $= 6B+505(-1)+505\cdot 1 = 6B$

$6B:6=B$

№5

1б Ответ: 14 - десятиклассников

16 - одиннадцатиклассников. Решение?

14б

13 б

Олимпиадная работа
по математике
ученицы 11 (г) класса
МОУ „Лицей №1" им. К.С. Отарова
г. Тырныауз
Тамирзаева Алимсан.

0

№1.

$1+2+5+10=18$

$1+1+2+2+5+5+10+10=36$

$1+1+1+2+2+2+5+5+5+10+10+10=54$.

каждая полученная сумма будет на 18 больше.

№2.

$5+5^2+5^3+\dots+5^{2010}=5(1+5)+5^3(1+5)+\dots+5^{2010}$
$(1+5)=6(5+5^3+\dots+5^{2009})$ Так как первый

45 множитель делится на 6, то и все произведение делится на 6.

№5.

Пусть X - число десятиклассников, а y - число одиннадцатиклассников, тогда, $x+y=30$. Второе уравнение мы получим, если подсчитаем двумя способами общее количество рукопожатий. С одной стороны, число рукопожатий 8X, поскольку от каждого десятиклассника „исходит" 8 рукопожатий. С другой стороны, число рукопожатий равно 7y, так как от каждого одиннадцатиклассника „исходит" 7 рукопожатий. Следовательно $8x=7y$.

$N \Rightarrow 7X = 8(30-X)$

$15X = 8\cdot 30X$

$y=16$ - десятиклассников.

$X=14$ - одиннадцатиклассника.

Ответ. $y=16$, $x=14$.

13б